

Alla conquista dei numeri

Il concetto di numero è presente in moltissime culture fin dai tempi più antichi, anche se inizialmente presso i popoli primitivi ci si limitava ad enumerare oggetti, per esempio segnando delle pietre o incidendo tacche su pezzi di legno; inizialmente poi esistevano simboli solo per indicare numeri piccoli, uno, due, forse tre, ma poi gli oggetti diventavano molti.

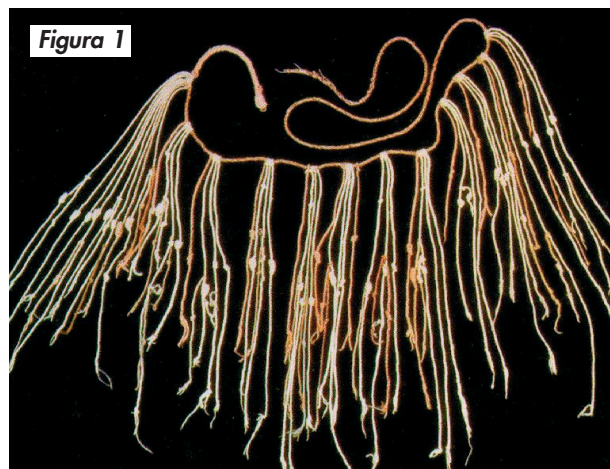
La tribù dei Piraha, che vive in piccoli gruppi di 10, 20 individui sulle rive del fiume Maici nella foresta amazzonica brasiliana, ancora oggi conta solo fino a 2 e la loro lingua non possiede nomi per altri numeri.

E' in ogni caso più probabile che all'inizio l'uomo fosse colpito più dalle differenze che dalle somiglianze: era sicuramente più facile cogliere la differenza fra una pecora e un gregge che non la similarità fra una pecora e un sasso, una pecora e una tacca sul legno. A poco a poco, però, questa osservazione delle differenze condusse anche al riconoscimento delle analogie quantitative; un animale, un frutto colto da un albero, una pecora hanno qualcosa in comune, il fatto di essere una sola entità; così come una coppia di lupi, due gemelli, una pecora ed il suo agnello hanno in comune il fatto di essere una coppia di elementi. Dopo questa scoperta l'uomo cominciò ad utilizzare metodi di contare segnando tacche su ossa o pezzi di legno, senza tuttavia dare dei nomi ai numeri o inventare simboli che li rappresentino; l'invenzione delle scritture matematiche caratterizza infatti solo le prime grandi civiltà, dove i sistemi numerici rispondono a finalità di ordine amministrativo e religioso.

Le più antiche testimonianze di questo modo di contare risalgono a più di 30000 anni prima di Cristo. Al museo di Bruxelles si trova l'osso *Ishango*, così chiamato dal luogo del suo ritrovamento in Africa, e databile attorno al 20000 a.C.; questo osso riporta tre serie di intaccature e suggerisce già una primordiale idea di moltiplicazione e divisione per 2. Nella Repubblica Ceca è stato ritrovato un osso di lupo risalente al 30000 a.C. che presenta due serie di intaccature distribuite in gruppi di cinque.

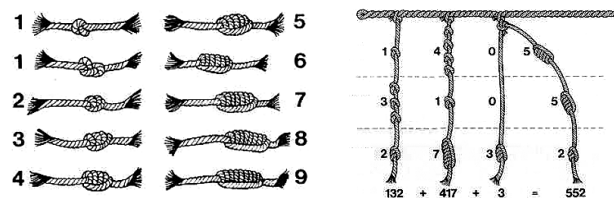
La popolazione Inca usava un sofisticato metodo basato sui nodi, il **quipu**. Un quipu è formato da un sostegno al quale sono appese cordicelle di diversi colori (ogni colore aveva un significato particolare) e con va-

ri tipi di nodi, che partono da un unico punto comune o messe parallelamente fra loro (**figura 1**).



I nodi che si trovano all'estremità inferiore della cordicella rappresentano le unità, più sopra ci sono le decine, più in alto ancora le centinaia e così via fino a rappresentare le decine di migliaia; c'era anche un equivalente dello zero, rappresentato da un intervallo senza nodi (**figura 2**). Per leggere la cordicella si cominciava dall'alto e, poiché pochi erano in grado di decifrare un quipu, questo dava potere e garantiva segretezza.

Figura 2



Il riconoscimento del numero come proprietà intrinseca di un insieme di oggetti da una parte e, successivamente, lo sviluppo del linguaggio dall'altra, diedero un contributo essenziale al sorgere e allo svilupparsi del pensiero matematico astratto.







Parallelamente, la nascita di società organizzate e la trasformazione dell'uomo da nomade a sedentario, da cacciatore ad agricoltore, aumentarono la necessità di conoscere meglio l'ambiente (ad esempio per de-

terminare il periodo dell'anno più adatto alla semina o alla mietitura, i cicli delle grandi piogge e delle piene dei fiumi, etc.). Ciò comportò il fiorire dell'astronomia per misurare in modo preciso i tempi dell'anno, con la conseguente creazione dei primi calendari.

Anche la crescita degli insediamenti umani, la formazione di città e stati, con popolazioni, eserciti, patrimoni di grandi proporzioni, rese indispensabile l'elaborazione di sistemi numerici più sofisticati. Si svilupparono così presso i vari popoli diversi modi di scrivere i numeri, capaci di rappresentare anche numeri molto grandi.






















Ad esempio gli **Egiziani** usavano una numerazione decimale che faceva uso dei simboli illustrati in **figura 3**.

Figura 3 Simboli della numerazione egizia

					
1	10	100	1000	10 000	100 000

Per scrivere un numero si servivano di un sistema additivo, in cui ogni simbolo poteva essere ripetuto fino a nove volte. In **figura 4** sono riportate le scritture dei numeri 1324 e 3782.

Figura 4

						
Scrittura egizia del numero 1324						
						
						
Scrittura egizia del numero 3782						

I **Greci** possedevano tre sistemi di numerazione in base dieci: il primo serviva ai mercanti per il commercio ed usava puntini o trattini per indicare le unità, che venivano raggruppate in gruppi di 10; il secondo veniva usato per le epigrafi (iscrizioni su edifici, tombe, etc.) ed ogni numero era indicato con l'iniziale del suo nome; il terzo era un sistema alfabetico, che utilizzava le ventiquattro lettere dell'alfabeto più altre tre cadute in disuso (stigma, coppa, sampi) (**figura 5**).

Figura 5 Simboli della numerazione greca

1	2	3	4	5	6	7
α	β	γ	δ	ε	ζ	ς
alfa	beta	gamma	delta	epsilon	zeta	stigma
8	9	10	20	30	40	50
η	θ	ι	κ	λ	μ	ν
eta	theta	iota	kappa	lambda	mi	ni
60	70	80	90	100	200	
ξ	ο	π	Ϟ	ρ	σ	
csi	omicron	pi	coppa	ro	sigma	
300	400	500	600	700	800	900
τ	υ	φ	χ	ψ	ω	λ
tau	ipsilon	fi	ki	psi	omega	sampi

Quando il numero superava il mille, si ricominciava dalla prima lettera facendola però precedere da un indice posto in basso.

In **figura 6** puoi vedere la scrittura dei numeri 742, 539, 3497 e 1628.

Figura 6 Scrittura greca di alcuni numeri

ψ	μ	β	φ	λ	θ	γ	υ	Ϟ	ς	ρ	χ	κ	η
7	4	2	5	3	9	3	4	9	7	1	6	2	8

Non deve meravigliare che proprio i Greci, così progrediti nella geometria (ancor oggi nelle scuole si studia la geometria euclidea, le cui basi vennero poste da Euclide nel 300 a.C.) usassero un sistema di scrittura dei numeri così complesso e così poco efficace. Infatti, la geometria apparteneva al campo della scienza ed era quindi concepita prevalentemente come gioco intellettuale privo di applicazioni pratiche, mentre le tecniche di calcolo venivano considerate legate alla sfera pratica dei commerci e quindi trascurate dagli intellettuali.

Il sistema di numerazione usato dagli antichi **Romani** probabilmente deriva dal sistema etrusco. È sufficiente paragonare i due sistemi numerici per notare le caratteristiche comuni.

Rispetto a questo e ai precedenti, questo sistema introduce però delle novità; infatti per scrivere i numeri vie-

	1	2	3	4	
Simbologia etrusca	I	II	III	III oppure ΔI	
Simbologia romana	I	II	III	IV	
	5	6	10	50	1000
Simbologia etrusca	Λ	IA	X oppure +	↑ oppure ↓	⊙
Simbologia romana	V	VI	X	L	M

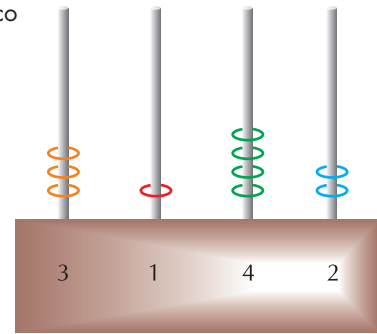
ne usata anche la sottrazione oltre all'addizione. Così il numero quattro si indica con IV perché il simbolo I messo a sinistra del V sta a significare che il numero uno viene sottratto al numero cinque; il numero sei invece, in romano VI, ha il simbolo dell'uno a destra con una notazione additiva; quattrocento si scrive CD, cioè cinquecento meno cento, milleseicentocinquante si scrive MDCLIII.

Anche la simbologia romana, come quella egiziana o greca, era però di uso complicato quando si trattava di effettuare calcoli.

Per calcolare, i popoli antichi, o meglio gli antichi mercanti, si servivano dell'**abaco**, una tavoletta di legno suddivisa in colonne, sulle quali si ponevano dei sassolini, oppure un supporto con alcune asticelle sulle quali si infilavano degli anellini (**figura 7**).

L'abaco funziona un po' come il pallottoliere. Per capirne il funzionamento immaginiamo che le asticelle siano ordinate da destra verso sinistra e che il sistema di numerazione sia quello in base dieci (nell'antichità i popoli usavano diverse basi di numerazione). Se pen-

Figura 7 L'abaco

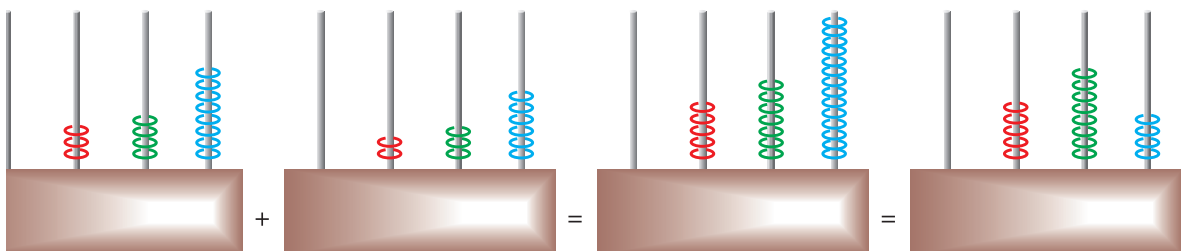


siamo di rappresentare con degli anellini le unità su ogni asticella, il numero 3142 avrà 2 anellini sull'asticella più a destra, 4 anellini su quella a sinistra più vicina, 1 anellino sulla successiva e 3 anellini su quella dopo ancora.

Eeguire un'addizione con un abaco è abbastanza semplice: basta infilare gli anellini sulle asticelle corrispondenti, facendo attenzione che su un'asticella non ce ne siano più di 9, perché 10 anellini formano 1 anellino dell'ordine superiore. Se ad esempio, dopo aver eseguito l'addizione, un'asticella avesse 12 anelli, se ne dovranno togliere 10 e aggiungerne uno sull'asticella immediatamente a sinistra che rappresenta le unità di ordine superiore (**figura 8**). In modo analogo si procede per eseguire una sottrazione.

L'abaco continuò ad essere usato fin nel Medioevo, quando venne progressivamente sostituito da un nuovo ed importantissimo sistema di numerazione: la cosiddetta **numerazione "araba"** che ancora oggi utilizziamo. Si tratta di un sofisticato **sistema posizionale**: ai numeri, cioè, vengono fatti corrispondere dei simboli, che assumono valori diversi secondo la posizione che occupano. Così, in base decimale, 2 significa «2 unità» se è collocato all'estrema destra di un numero, oppure «2 decine» se è collocato nella seconda posizione da destra (come ad esempio nel numero 324) e così via.

Figura 8 Un'addizione con l'abaco



Il sistema corrispondeva concettualmente a quello adottato dall'abaco, ma era più perfezionato, perché sostituiva simboli astratti alle file di oggetti concreti, rendendo i calcoli più rapidi ed aprendo la possibilità di grandi sviluppi della teoria matematica.

Questo tipo di scrittura rappresentò quindi una autentica rivoluzione: importato dagli Arabi nel decimo secolo dall'India, grazie alla sua praticità d'uso, si diffuse ben presto in tutta Europa. Inizialmente esso fu usato all'interno del sistema dell'abaco. Si racconta che il futuro Papa Silvestro II avesse fatto coniare dei gettoni che riportavano i simboli delle cifre allora in uso, in modo da poterli riportare sull'abaco senza più bisogno delle tacche di incisione o dei sassolini. Se, ad esempio, si doveva rappresentare il numero otto su una colonna dell'abaco, bastava porvi sopra il gettone con il simbolo dell'otto.

Un sistema, dunque, molto simile a quello moderno, ma con una differenza importantissima: non prevedeva ancora un simbolo per rappresentare lo zero ed era quindi inscindibile dall'utilizzo dell'abaco.

Solo successivamente si diffuse l'utilizzo dello zero, un simbolo particolare in quanto rappresenta una non-quantità, ma, al contempo, indispensabile per "costruire" grandi numeri.

Anche la "conquista" dello zero, dovuta a sua volta alla grande civiltà indiana ed alla mediazione araba, fu una conquista difficile: poiché i numeri erano stati inventati per contare, sembrava assurdo dover introdurre un simbolo per contare "niente".

L'introduzione dello zero consentì di fare a meno dell'abaco e permise di scrivere numeri anche molto grandi con un limitato numero di simboli ed una scrittura ridotta. Pensa a come si scriverebbe un milione ottocentoventinovemilasettecentotrentadue in numeri egiziani o romani.

La parola «zero», sembra derivi da quella indiana «sumpa», che fu tradotta in arabo con «sifr», da cui viene la parola «àfra»; nella traduzione latina divenne «zephirum» ed infine «zero».

Ma oltre alla espansione quantitativa dei numeri, la nuova numerazione consentì anche, e soprattutto, una straordinaria evoluzione qualitativa; divenne possibile aprire nuovi orizzonti della matematica (numeri razionali, irrazionali, algebra, etc.), il che a sua volta pose le basi per rivoluzionari sviluppi scientifici e filosofici.

Ma vediamo ora come si faceva nel passato ad eseguire un calcolo, per esempio una moltiplicazione.

Un modo curioso risale al XVI secolo e viene detto **metodo per graticola**. Supponiamo di dover calcolare $3125 \cdot 642$. Prepariamo uno schema di 12 caselle divise a metà da una diagonale e, esternamente ad esso, in corrispondenza di ciascuna riga e colonna, scriviamo le cifre dei numeri da moltiplicare:

	3	1	2	5	
					6
					4
					2

In ogni casella, separando la cifra delle decine da quella delle unità, scriviamo il prodotto dei numeri sulla riga e sulla colonna corrispondente: per esempio nella prima casella scriveremo 18 mettendo 1 nella metà superiore e 8 in quella inferiore; lo schema che si ottiene è il seguente:

	3	1	2	5	
1	0	1	3		6
8	6	2	0		
1	0	0	2		4
2	4	8	0		
0	0	0	1		2
6	2	4	0		

Sommiamo adesso le cifre che si trovano sulla stessa diagonale a partire dall'angolo in basso a destra e riportando le decine alla diagonale successiva.

Se ora leggiamo le cifre ottenute accostandole una all'altra partendo dalla cifra in alto a sinistra, otteniamo il prodotto cercato, cioè 2006250.

	3	1	2	5	
2	1	0	1	3	6
	8	6	2	0	
0	1	0	0	2	4
	2	4	8	0	
0	0	0	1		2
	6	2	4	0	
	6	2	5	0	